UNIVERSITE PARIS 1 - UFR de GESTION
TD-6
Diagonalisation de matrice
Licence 1ère année

Exercice 1:

Soit M la matrice suivante: $M = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Trouver les valeurs propres de cette matrice.

Calculer le déterminant et la trace de M. Contrôler (en expliquant) que les valeurs propres trouvées à la question précédente sont exactes.

La matrice M est-elle diagonalisable ? Si oui, donner les matrices D, P et P^{-1} telles que: $A = P.D.P^{-1}$.

Exercice 2:

Soit A la matrice suivante: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & -3 & -3 \\ -4 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

1) Montrer que $v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ est un vecteur propre associé à une valeur propre λ_1 à calculer.

2) Calculer le déterminant et la trace de A.

3) Trouver toutes les valeurs propres de A et les vecteurs propres associés.
(Par convention les vecteurs propres choisis seront tels que la première composante non nulle du vecteur soit 1).

4) A est-elle diagonalisable? Si oui, donner la matrice diagonale D et les matrices de passage P et P^{-1} telles que: $A = P.D.P^{-1}$.

Exercice 3:

Essayer de diagonaliser les matrices suivantes:

(On calculera le déterminant et la trace afin de faire les vérifications d'usage, on choisira de plus des vecteurs propres tels que la 1ère composante non nulle soit 1).

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 2 \\ 2 & 4 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$