

CHAPITRE IV : COMPLEMENTS SUR LA THEORIE DU CONSOMMATEUR

SECTION I : LES CHOIX INTER-TEMPORELS

On parle de préférence inter-temporel pour indiquer que les consommateurs cherchent à maximiser leur satisfaction dans le temps.

I] Principe de base

Nous ferons quelques hypothèses simplificatrices :

1. L'analyse est dynamique, mais simplement sur deux périodes, l'année 1 et l'année 2.
2. Le consommateur n'a pas de capital initial.
3. Le consommateur ne souhaite pas disposer de capital à la fin de l'année 2.
4. L'agent connaît ses revenus R_1 et R_2 de l'année 1 et de l'année 2
5. Le taux d'intérêt i (en %) concerne aussi bien les prêteurs que les emprunteurs.
6. L'agent est rationnel, s'il ne dépense pas tout son revenu en période 1 alors il place son épargne au taux i . L'épargne est égale à $E_1 = R_1 - C_1$ (ce placement lui permettra de consommer plus que le revenu R_2 le lui aurait permis l'année 2).
7. Dans le cas contraire, si en période 1 l'agent consomme plus qu'il ne gagne alors il va s'endetter, il s'endette au taux i et cela aura des conséquences sur sa consommation de la période 2. En effet, si $R_1 < C_1$ alors l'agent s'endette.
8. Le prix des deux biens B_1 et B_2 vaut 1 unité monétaire, alors les valeurs C_1 et C_2 sont à la fois des quantités et des unités monétaires.
9. Le prix des produits est stable, il n'y a pas d'inflation.

L'objectif de cette section, consiste à calculer pour chaque période montant optimal de consommation que l'agent doit réaliser pour maximiser son utilité.

1^{ère} étape : écrire la contrainte de budget inter-temporel :

$$E_1 = R_1 - C_1$$

L'agent place cette épargne, qui lui rapporte donc un montant :

$$I_1 = i.E_1 = i.(R_1 - C_1)$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\begin{aligned} C_1 + C_2 &= R_1 + R_2 + i.(R_1 - C_1) \Leftrightarrow C_1 + C_2 + i.C_1 = R_1 + R_2 + i.R_1 \\ &\Leftrightarrow C_1.(1+i) + C_2 = R_1.(1+i) + R_2 \quad (1) \end{aligned}$$

Cette équation exprime l'équilibre obligé du consommateur en termes de valeur future. Il est possible d'exprimer l'équation (1) en termes de valeur présente. On passe de l'équation (1) à (2) en divisant tout par $(1 + i)$:

$$C_1 + C_2 \cdot (1+i)^{-1} = R_1 + R_2 \cdot (1+i)^{-1} \quad (2)$$

Remarques : toutes ces relations sont valables si l'agent s'endette au lieu d'épargner.

III Illustration

1) Avec un taux d'intérêt nul

Soit $R_1 = 10\ 000$ et $R_2 = 20\ 000$

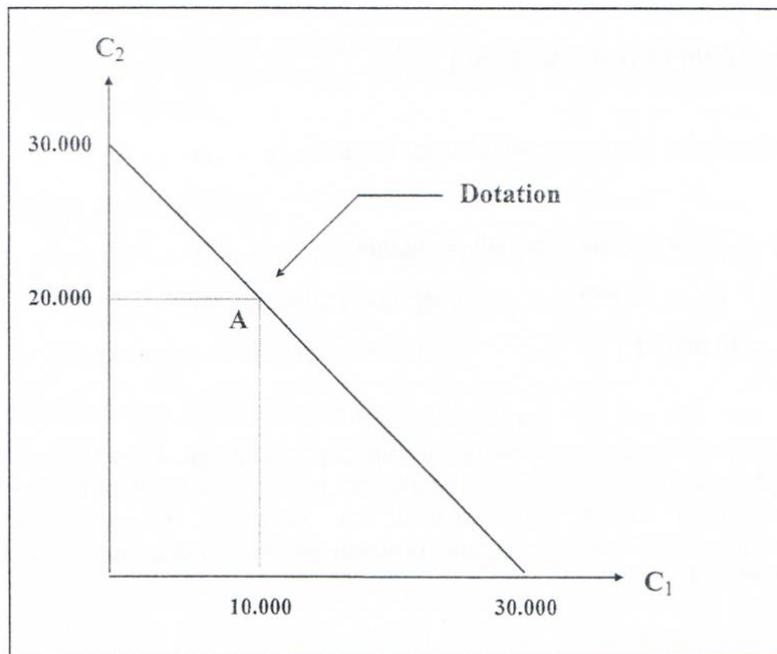
Utilisons les résultats préalablement établis :

$$C_1 + C_2 = 10\ 000 + 20\ 000 = 30\ 000$$

$C_1 + C_2 = 30\ 000$ (contrainte budgétaire)

$C_2 = 30\ 000 - C_1$ (droite de coefficient directeur égale à -1)

Contrainte budgétaire avec taux d'intérêt nul



A gauche de la dotation l'agent place, à droite il emprunte.

2) Avec un taux d'intérêt > 0

Admettons que le taux d'intérêt soit de 20 % l'an. La contrainte budgétaire du consommateur s'écrit alors :

$$C_1 \cdot (1 + 20\%) + C_2 = 10.000 \times (1 + 20\%) + 20.000 = 32.000$$

$$1,20 \cdot C_1 + C_2 = 32.000 \quad (\text{nouvelle contrainte de budget})$$

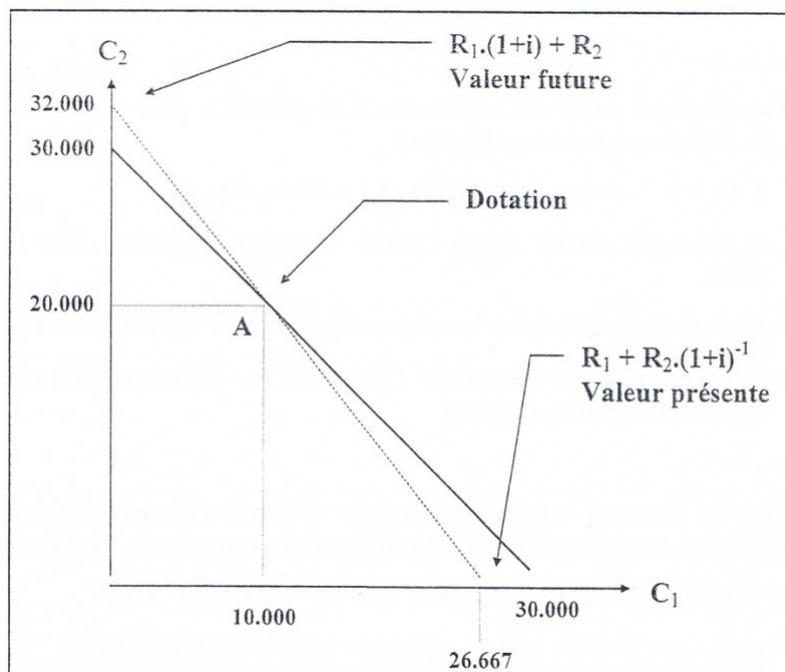
$$C_2 = 32.000 - 1,20 \cdot C_1 \quad (\text{droite de coefficient directeur égal à } -1,20)$$

Si $C_2 = 0$ alors $C_1 = 32.000 / (1 + 20\%) = 26.667$ en dépensant 26.667 l'année 1, l'agent emprunte 16.667 il paie donc des intérêts sur la somme empruntée :

$$I = 16.667 \cdot 20\% = 3.333$$

Le cumul de ce qu'il emprunte (16.667) et des intérêts (3.333) est bien égal à son revenu R_2 (20.000).

Contrainte budgétaire avec taux d'intérêt non nul



On constate que le coefficient directeur de la droite de budget est égal $(1+i)$. Toutes les droites de budget passent par la dotation quel que soit le taux d'intérêt. Plus le taux d'intérêt augmente, plus la pente de la droite est forte.

III] Détermination du choix optimal

1) Les préférences inter-temporelles des agents

L'objectif consiste à maximiser la satisfaction de l'agent dans le temps. Pour cela, on va définir une fonction d'utilité inter-temporelle notée $U = f(C_1, C_2)$.

Supposons que le consommateur puisse atteindre un niveau de consommation $U_0 = f(C_1, C_2)$. On appellera courbe d'indifférence inter-temporelle le lieu géométrique de toutes les combinaisons qui satisferont cette égalité.

Remarque : Les courbes d'indifférence inter-temporelle ont les mêmes propriétés que les courbes d'indifférence (voir chap. précédent.)

Sur le même principe, on définira un **taux marginal de substitution inter-temporel: TMSIT**. Il est défini de la même manière que le TMS

$$\text{TMSIT} = - \frac{dC_2}{dC_1}$$

Remarque : dire qu'un consommateur est « indifférent au temps » signifie que la courbe d'indifférence est matérialisée par une droite de coefficient directeur égale à -1. On accepte de se priver d'une somme maintenant pour avoir la même somme plus tard.

En règle générale, les consommateurs ont une préférence pour le présent, plus cette préférence est forte, plus l'agent exigera de consommer beaucoup en période 2 pour compenser une baisse de sa consommation en période 1. Si en un point de la courbe le TMSIT = 1,3, cela signifie que l'agent exige de dépenser 1,3 € en plus en période 2 pour compenser une réduction de sa consommation de 1 € en période 1. L'agent demande donc une sorte de bonus de 30% à chaque fois qu'il se prive de dépenser 1 € en période 1.

A partir du TMSIT on peut retomber sur notre taux de préférence inter-temporelle :

$$t = - \frac{\partial C_2}{\partial C_1} - 1$$

Imaginons que le consommateur soit indifférent au temps, dans ce cas le TMSIT sera égal à 1 en chaque point de la courbe. La courbe d'indifférence sera alors une droite.

2) La recherche du maximum

Il s'agit de maximiser la fonction d'utilité inter-temporelle tout en respectant la contrainte de budget. Exemple d'une fonction d'utilité très simple : $U = C_1 \cdot C_2$

Maximiser : $U = f(C_1, C_2) = C_1 \cdot C_2$

Sous la contrainte : $C_1 \cdot (1 + i) + C_2 = R_1 \cdot (1 + i) + R_2$

$$(C_1 - R_1).(1 + i) + (C_2 - R_2) = 0$$

$$1.20(C_1 - 10000) + (C_2 - 20000) = 0$$

Formons le lagrangien :

$$L(C_1, C_2, \lambda) = C_1.C_2 + \lambda[1.20.(C_1 - 10000) + (C_2 - 20000)]$$

$$\begin{cases} L'_{C_1}(C_1, C_2, \lambda) = C_2 + 1.20\lambda = 0 & (1) \\ L'_{C_2}(C_1, C_2, \lambda) = C_1 + \lambda = 0 & (2) \\ L'_{\lambda}(C_1, C_2, \lambda) = 1.20.(C_1 - 10000) + (C_2 - 20000) = 0 \end{cases}$$

De (1) on obtient : $C_2 = -1.20\lambda$

De (2) on obtient : $C_1 = -\lambda$

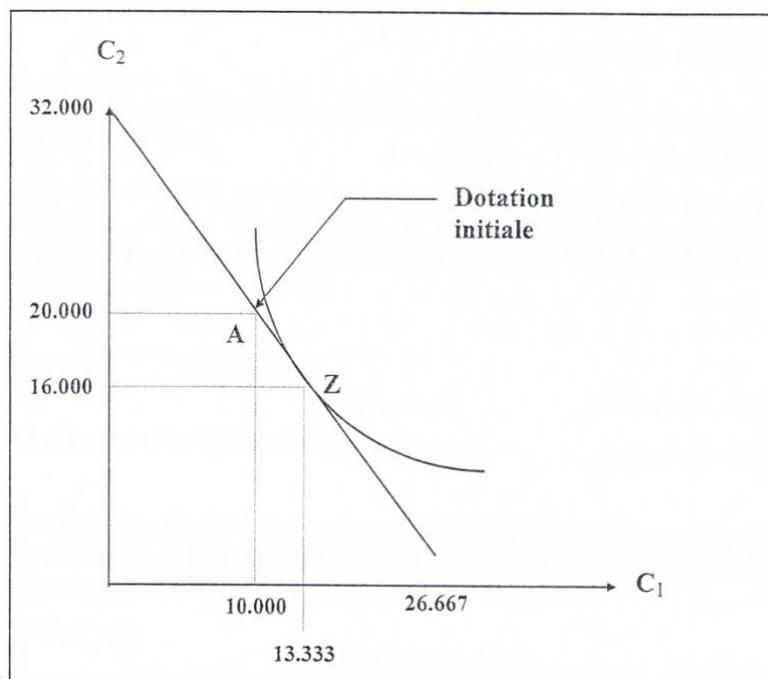
Il vient facilement : $-2.40\lambda = 32000 \Leftrightarrow \lambda = -13333.33$

Puis : $C_1 = 13\,333,33$ $C_2 = 16\,000$

Ainsi, par rapport à ses préférences, le consommateur va emprunter 3 333,33€ pour consommer $C_1 = 13\,333,33$ la première année.

Il ne pourra consommer que 16.000€ la 2^{ème} année car il est obligé de rembourser le capital et les intérêts ($3\,333,33 + 3\,333,33 \times 20\%$) = 4.000€

Equilibre du consommateur



Au point optimal Z, la dérivée de la courbe d'indifférence est égale au coefficient de la droite de budget. Ici, c'est agent emprunteur.

3) Les effets d'une variation du taux d'intérêt

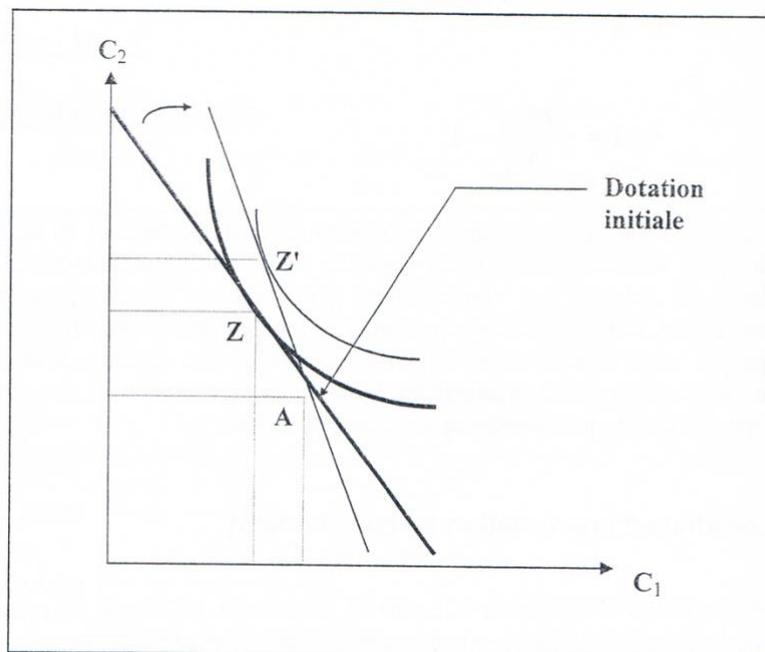
a) L'agent est prêteur

Si le taux d'intérêt augmente, l'agent doit rester prêteur. Graphiquement le nouveau point optimal ne peut se situer qu'à gauche de la dotation.

Si le taux d'intérêt diminue, on a deux cas de figure :

- **L'agent reste prêteur.** Dans ce cas, la satisfaction de l'agent diminue automatiquement.
- **L'agent devient emprunteur.** Dans ce cas, l'évolution de sa satisfaction est indéterminée : c'est au cas par cas.

Variation du taux d'intérêt – situation du prêteur

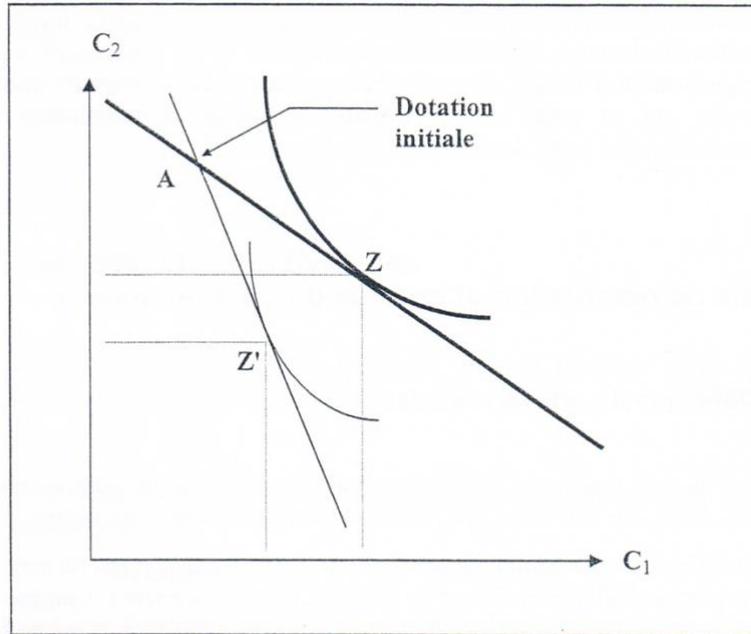


b) L'agent est emprunteur

Si le taux d'intérêt diminue, un emprunteur devra rester emprunteur car les mensualités baissent et le consommateur est content.

Si le taux d'intérêt augmente, l'emprunteur aura deux choix soit il reste emprunteur et sa satisfaction va diminuer soit ça va le faire changer d'avis et le consommateur va vouloir devenir prêteur. Pour ce dernier cas, on ne peut pas trop parler de la satisfaction du consommateur. Les banques permettent, dans certains contrats, le remboursement partiel ou total du prêt.

Variation du taux d'intérêt – situation de l'emprunteur



SECTION II : L'ARBITRAGE TRAVAIL-LOISIRS

L'arbitrage est très étudié dans la micro-économie moderne, elle fait l'objet d'une réflexion politique.

I] Analyse en termes de préférence

1) Hypothèses

L'individu dispose d'un certain nombre d'heures par jour qu'il peut consacrer aux loisirs (L : temps au loisir) et au travail (T : temps au travail). On pose :

- $H = 12$ et $T + L = 12$
- s : taux de salaire horaire nominal avec $s = 240\text{€}$
- Soit un bien F en quantités C
- Soit p le prix de F avec $p = 120\text{€}$

2) Le choix de l'individu rationnel

Notre agent à une contrainte budgétaire : $s.T = p.C$

$$240.T = 120.C$$

$$s.T = p.C \Leftrightarrow s.T + s.H = s.H + p.C$$

$$\Leftrightarrow s.H = s.H - s.T + p.C$$

$$\Leftrightarrow s.H = s.(H - T) + p.C$$

$$\Leftrightarrow s.H = s.L + p.C \quad (5)$$

$$240 \times 12 = 240.L + 120.C$$

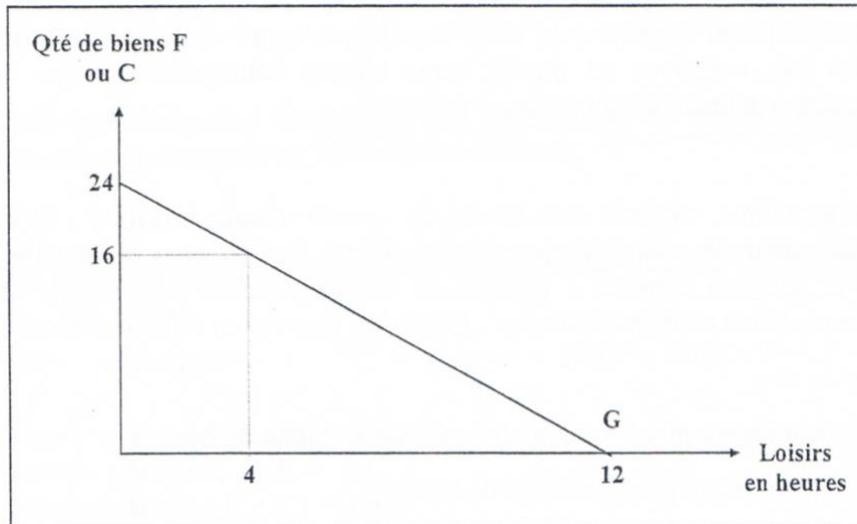
$$120.C = 2.880 - 240.L$$

$$\Leftrightarrow C = \frac{s.H}{p} - \frac{s}{p}.L$$

$$C = 24 - 2L$$

On considère donc que l'agent « achète » du loisir car chaque heures consacrées aux loisirs ne peut pas être consacrées au travail. Indirectement, chaque heure de loisirs coûtent 1h de travail.

Contrainte budgétaire



Le coefficient de la droite de budget est $-\frac{s}{p}$. Le taux de salaire réel mesure la quantité de bien qui peut être acquise avec le salaire nominal.

L'individu doit maintenant confronter ses préférences à sa contrainte budgétaire. On va considérer que les préférences de cet individu sont parfaitement rationnelles. C'est une fonction d'utilité.

Maximiser : $U = f(C, L) = C.L$

Sous la contrainte : $C + 2.L - 24 = 0$

$L(C, L, \lambda) = C.L + \lambda.[C + 2.L - 24] = 0$

$$\begin{cases} L'_C(C, L, \lambda) = L + \lambda = 0 & (1) \\ L'_L(C, L, \lambda) = C + 2.\lambda = 0 & (2) \\ L'_\lambda(C, L, \lambda) = [C + 2.L - 24] = 0 & (3) \end{cases}$$

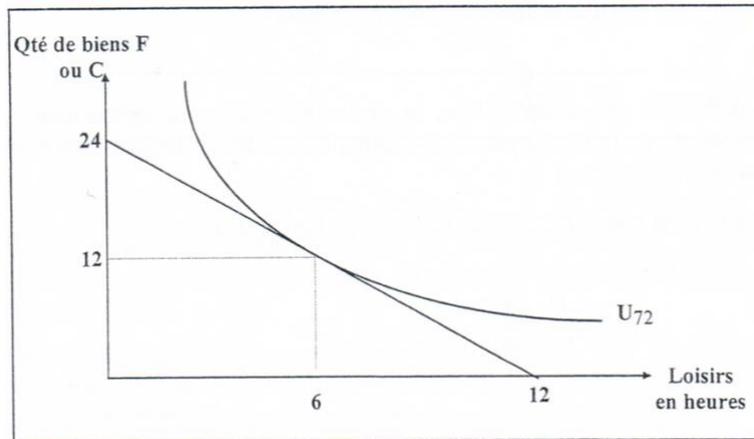
De (1), on tire que : $-\lambda = L$

De (2), on tire que : $-2\lambda = C$

Dans (3) : $\lambda = -6$

Donc $C = 12$ $L = 6$ $T = 6$

Equilibre travail-loisirs



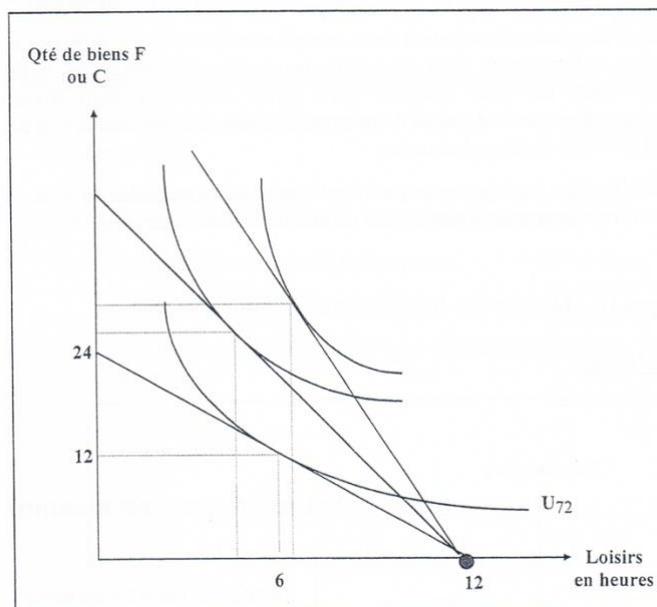
Il est possible de calculer un taux marginal de composition de la consommation finale au loisir. Il est égal à la quantité additionnelle de biens F que l'individu exige d'obtenir en compensation de la réduction d'une unité de loisir « toute chose égale par ailleurs ». On définit le TMS de la consommation aux loisirs par :

$$\text{TMS} = \frac{\frac{\partial U}{\partial L}}{\frac{\partial U}{\partial C}} = \frac{\partial C}{\partial L} = \frac{s}{p}$$

3) Effets d'une variation du salaire réel

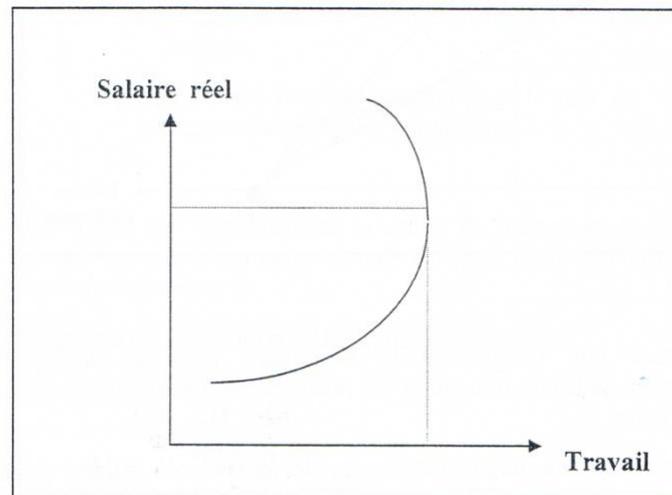
Supposons que le salaire réel augmente toutes choses égales par ailleurs. La droite de budget va avoir une pente plus raide tout en continuant de passer par le point G.

Equilibre travail-loisirs



Lorsque le salaire réel augmente, on prend moins de loisirs. A partir d'un certain niveau élevé de rémunération l'individu peut faire un choix inverse il y a un retour aux loisirs. Ces évolutions peuvent s'expliquer à l'aide de l'effet de substitution et de l'effet de revenu. Dans une première phase, lorsque le revenu augmente l'agent va substituer du travail aux loisirs. C'est l'effet de substitution qui l'emporte. Dans le même temps, il y a aussi un effet de revenu. L'individu est de plus en plus riche et peut acheter un peu plus des deux biens.

Offre de travail



A partir d'un certain niveau de salaire réel, l'offre de travail va diminuer, cela explique la forme anormale de la courbe d'offre. En temps normal, plus le travail augmente, plus le salaire réel augmente. Mais ici à partir d'un certain salaire réel, le travail va baisser car on peut se le permettre.