A

Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne

Contrôle 1 de Mathématiques, L1 Économie - Gestion

Chargé de TD : Jean Michel BANTO

Année 2021 - 2022

Les exercices I et II doivent être traités.

EXERCICE I (4 points)

Soit f application linéaire de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^3$ définies par les relations suivantes :

$$f(x,y) = (2x+3y, x-y, 2x+3y)$$

1) Déterminer le noyau de f, Ker(f). En déduire le rang de f.
2) f est-elle injective ? surjective ? bijective ? Justifier chaque réponse.

EXERCICE II (10 points)

Soit M la matrice donnée par :

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ a & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Pour quelle valeur de a le rang de M vaut 3 ?
2. Calculer pour a = 3, le déterminant de la matrice M, puis la matrice inverse M^{-1}

3. En déduire les solutions du système suivant : $\begin{cases} 2x+y+3z=8 \\ 3x-y+2z=7 \\ x+y+z=8 \end{cases}$

EXERCICE III (6 points)

1. Donner les coordonnées du vecteur $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ dans la base $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.
2. Trouver une base des sous espaces vectoriel.

i) $\begin{cases} 2x+y-z=2 \\ x-z=1 \end{cases}$ ii) $x-y-z=1$