

Contrôle de connaissances TD 1601  
Mathématiques (algèbre)

Temps : 50 minutes Calculatrices interdites – barème indicatif

1. Les matrices (8 points)

Soit  $N$  la matrice suivante :  $N = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

1. Calculer le déterminant de la matrice  $N$  et en déduire qu'elle est inversible ?
2. Calculer l'inverse de la matrice  $N$ .
3. Déterminer, par la méthode matricielle, la solution du système suivant en fonction des paramètres réels  $a$ ,  $b$ , et  $c$  :
$$\begin{cases} 2x + z = a \\ x + y + z = b \\ x + 2z = c \end{cases}$$

2. Espace vectoriel (6 points)

1. Montrer que la famille constituée des vecteurs  $v_1 = (0,1,1)$ ,  $v_2 = (1,0,1)$  et  $v_3 = (1,1,0)$  est une base de  $\mathbb{R}^3$ .
2. Trouver les composantes du vecteur  $w = (1,1,1)$  dans cette base  $(v_1, v_2, v_3)$ .

3. Application linéaire (6 points)

Soit  $f(x,y,z) = (2x+y+z, y-z, x+y)$ .

1. Déterminer le noyau de  $f$ .
2. Déterminer l'image de  $f$ .
3. Quel est le rang de  $f$  ?
4. L'application  $f$  est-elle injective ? Surjective ? Bijective ?
5. Donner la matrice représentative de  $f$ .