Compléments sur le chapitre 4 : les matrices

Exercice :

- L'ensemble des matrices de taille $(m\,;\,n)$ à éléments dans le corps K se note $\mathcal{M}_{m,n}(K)$ (ou $\mathcal{M}_K(m,n)$)
- $(\mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})\,;\,+\,;\,\times)$ est un anneau non commutatif.

En effet : a) $(\mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})\,;\,+)$ est un groupe abélien avec la matrice nulle comme élément neutre et la matrice $-A=(-a_{ij})$ comme élément inverse

b) $\times$ est associative : vrai d'après le 1er tiret de la propriété précédente

c) $\times$ est distributive à droite et à gauche sur $+$: vrai d'après le 2e tiret de la propriété précédente

d) $\times$ admet comme élément neutre la matrice {identité / unité} c'est-à-dire la matrice comportant des 1 sur sa diagonale et des 0 partout ailleurs (vrai pour des matrices carrées).

e) De plus, $\times$ n'est pas commutative puisque $A\times B\neq B\times A$ (en général).

Ainsi, $(\mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})\,;\,+\,;\,\times)$ est un anneau non commutatif. mais n'est pas un corps car tout élément distinct de la matrice nulle n'admet pas un inverse pour la loi $\times$