UNIVERSITE PARIS 1 - UFR de GESTION
TD-2
Vecteurs et sous espaces
Licence 1ère année

Exercice 1:

Déterminer les valeurs de α (et β et γ) telles que le système ait a) aucune solution, b) une solution unique et c) une infinité de solutions. On donnera la ou les solutions dans les cas b) et c).

(i) $\left\{ \begin{array}{l} 2x + y - 4z = 2 \\ -x + \alpha y + 2z = 3 \end{array} \right.$ (ii) $\left\{ \begin{array}{l} x + \alpha y + z = 2 \\ 3x + 2y + 4z = \alpha \\ 2x - y + 3z = 1 \end{array} \right.$

(iii) $\left\{ \begin{array}{l} x - 3y + 2z = \alpha \\ 3x + 2y - z = \beta \\ x + 8y - 5z = \gamma \end{array} \right.$

Exercice 2:

Pour chaque exercice, répondez aux questions suivantes (parfois cela depend du paramètre α): a) La famille est-elle libre ? b) La famille est-elle génératrice? c) La famille est-elle une base? d) Quelle est la dimension de l'espace engendré par la famille de vecteurs (rang)?

(i) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ (ii) $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(iii) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ (iv) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ \alpha \end{pmatrix}$

Exercice 3:

1. Donner les coordonnées du vecteur $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ dans la base $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

2. Trouver une base des sous espaces (vectoriels ou affines) suivants et faire une représentation graphique:

   (i) $\left\{ \begin{array}{l} x - y - z = 0 \\ 2x - z = 0 \end{array} \right.$ (ii) $\left\{ \begin{array}{l} 2x + y - z = 2 \\ x - z = 1 \end{array} \right.$ (iii) $x - y - z = 1$