Fonction logarithme népérien :ln

Domaine de définition : la fonction ln est définie sur $\mathbb{R}_+^*$.

Continuité : continue sur son ensemble de définition ;

Formules importantes :

ln (1) = 0 et ln(e) = 1

∀ (a,b) ∈ ($\mathbb{R}_+^*$x $\mathbb{R}_+^*$) :

$$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$

$$\ln(a^{\alpha}) = \alpha\ln(a)$$

De plus,

$$\ln(a^0) = \ln(1) = 0 = 0\ln(a)$$

$$\ln(a^1) = 1\ln(a) = \ln(a)$$

$$\ln\left(a^{\frac{p}{q}}\right) = \frac{1}{\mathrm{q}}\ln(a^p) = \frac{p}{q}\ln(a)$$

Limites :

$$\lim_{+\infty} \ln(x) = +\infty$$

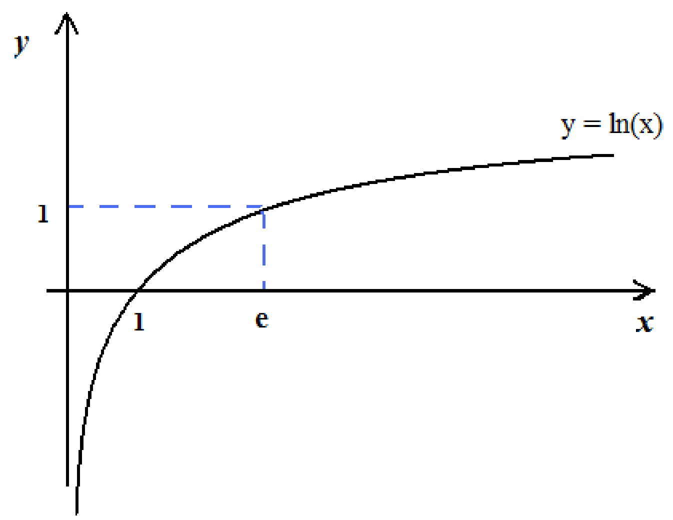
$$\lim_{0^+} \ln(x) = -\infty$$

$$\lim_{+\infty} \frac{\ln(x)}{x^r} = 0$$

$$\lim_{0^+} x^r \ln(x) = 0 \qquad \text{avec } r > 0$$

$$\lim_0 \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

Représentation graphique :



Fonction exponentielle : e ou exp

C'est la fonction réciproque de la fonction logarithme népérien :

$\forall$ (x,y) $\in \left(\mathbb{R} \mathrm{x}\ \mathbb{R}_+^* \right), y = e^x \Leftrightarrow \ln(y) = x$

Domaine de définition : la fonction exp est définie sur $\mathbb{R}$.

Continuité : continue sur son ensemble de définition.

Formules importantes :

$e^{0} = 1$ et $e^{\ln y} = y$

$\forall$ (a,b) $\in \mathbb{R}^2$: $\mathrm{e}^{a+b} = e^a . \mathrm{e}^b$

$$\mathrm{e}^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$$

$$e^{ra} = (e^a)^r$$

Mêmes formules pour la **fonction puissance**, en remplaçant « e » par « a » :

$a^{x+y} = a^x + b^y$, $a^{x-y} =$, $a^{xy} = (a^x)^y$, avec $a^x = \exp(x \ln a)$ car $a^x = \exp(\ln(a^x))$

Limites :

$$\lim_{-\infty} \mathrm{e}^x = 0$$

$$\lim_{+\infty} \mathrm{e}^x = +\infty$$

$$\lim_{+\infty} \frac{\mathrm{e}^x}{x^r} = +\infty$$

$$\lim_{-\infty} |x|^r\, \mathrm{e}^x = 0$$

$$\lim_0 \frac{\mathrm{e}^x - 1}{x} = 1$$

avec r > 0

Représentation graphique :