

CHAPITRE II : LA THEORIE DES CHOIX

En tant que consommateur, comment je dois me comporter pour maximiser ma satisfaction ? La théorie des choix s'intéresse à l'optimum. Arriver à l'optimum est le souhait de tout consommateur rationnel. Comment peut-on arriver à maximiser sa satisfaction ? Deux grandes écoles se sont affrontées : un groupe a dit qu'on peut mesurer la consommation des consommateurs avec une unité de mesure, et l'autre a dit que c'était trop subjectif, trop compliqué, mais l'on peut comparer, classer par ordres de préférence.

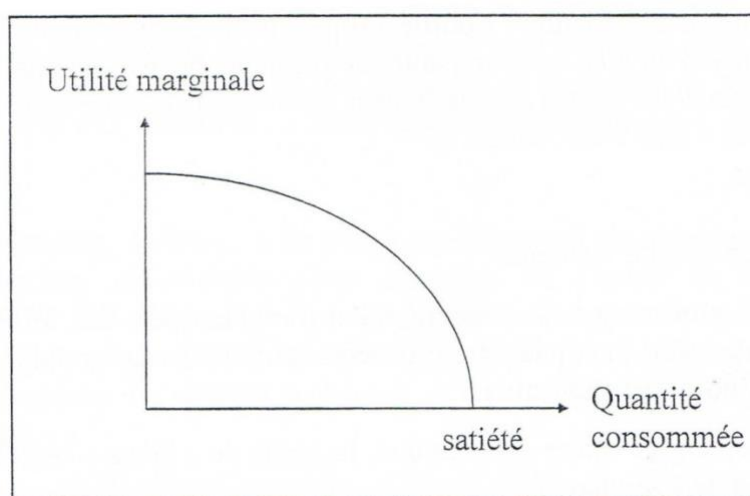
SECTION I : LA THEORIE DE L'UTILITE CARDINALE

On supposera que les consommateurs sont capables de mesurer avec précision la satisfaction (l'utilité) qu'une consommation d'un bien ou d'un ensemble de bien leur procure. Pour mesurer cette satisfaction, certains auteurs ont proposé une unité de mesure : les « utilons ». Cette analyse est subjective et ce qui en fait sa limite.

I] L'utilité marginale

L'**utilité marginale** d'une consommation c'est l'utilité de la dernière unité de biens consommée. Elle répond à une hypothèse fondamentale de décroissance : c'est **la décroissance de l'utilité marginale**. Elle a été formulé par **Gossen** en 1843, sa 1^{ère} loi est la loi de décroissance de l'utilité marginale : le supplément d'utilité fourni par des unités croissantes d'un bien va en diminuant jusqu'à devenir nul au **point de satiété**, c'est-à-dire que l'utilité marginale est nulle. La représentation graphique de la 1^{ère} loi de Gossen est une fonction décroissante :

Courbe représentant l'utilité marginale



L'utilité marginale décroît au fur et à mesure que la quantité consommée augmente.

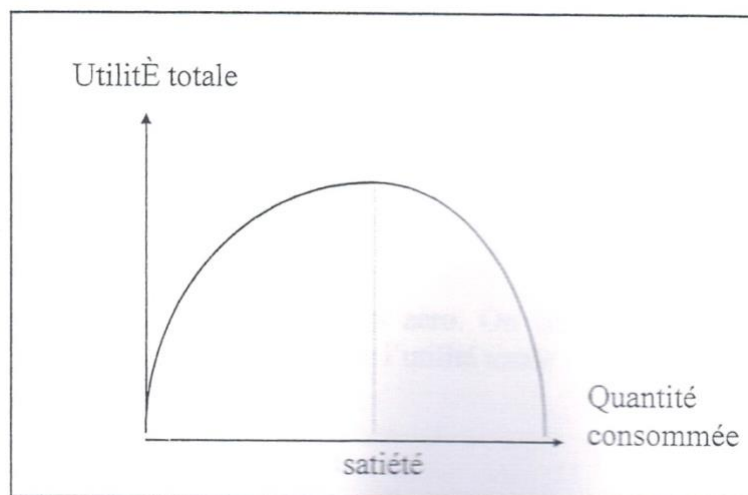
On peut considérer que la 1^{ère} loi ne s'applique pas tout de suite, c'est-à-dire que la décroissance de l'utilité marginale peut ne pas intervenir au début de la décroissance. Il est donc classique de dire que l'utilité marginale se comporte comme ceci :

Schéma 7

III] L'utilité totale

L'utilité d'un bien est son aptitude à satisfaire des besoins, donc **l'utilité totale** est la **somme des utilités marginales**. Distinguons la représentation de l'utilité totale en fonction de la distinction précédente du I]. Si l'utilité marginale est représentée comme ceci :

Courbe représentant l'utilité totale



L'utilité totale augmente puisque les niveaux d'utilités marginales décroissent. Il faut distinguer la croissance ou la décroissance de l'utilité marginale et la croissance ou la décroissance de l'utilité totale.

Admettons que l'utilité marginale respecte cette représentation graphique :

Schéma 9

Le point de satiété est le point où la courbe va commencer à être décroissante. Il y a une partie où l'utilité totale va croître de plus en plus vite, elle croît à taux croissant. Dans l'autre zone elle augmente mais moins vite, elle croît à taux décroissant.

III] Formulation mathématique de l'utilité

Deux cas se présentent : le cas discret et le cas continu.

1) La quantité de bien ne prend que des valeurs discrètes

<u>Quantité de biens</u> x	<u>Utilité totale</u> U _t	<u>Utilité marginale</u> U _m
0	0	0
1	20	20
2	35	15
3	45	10
4	50	5
5	50	0
6	40	-10

Si nous n'avons pas eu la ligne 3, l'utilité marginale au lieu d'être égale à 5, elle aurait valu :

$$\frac{50-35}{4-2} = 7,5$$

L'utilité marginale est le rapport entre la variation de l'utilité totale sur la variation de la quantité de bien, on a :

$$U_m = \frac{\Delta U_t}{\Delta x}$$

2) La quantité de bien prend des valeurs continues

a) Cas d'une fonction variable

Supposons que l'utilité totale soit une fonction continue et différentiable. Contrairement au cas discret on peut diviser autant de fois que l'on veut.

Posons $U_t = f(x)$ avec $x =$ quantité du bien X , appelons Δx l'accroissement de la consommation du bien X , et appelons ΔU_t l'augmentation de l'utilité totale

L'utilité marginale est égale au rapport entre ΔU_t et Δx quand Δx tend vers 0.

$$U_m = U'_t = f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\Delta U_t}{\Delta x}$$

$$U_m = \frac{\partial U_t}{\partial x}$$

b) Cas d'une fonction à deux variables

Supposons que l'utilité totale dépende de la consommation de deux biens X et Y (on peut généraliser à n bien).

$$U_t = f(x, y)$$

Remarque : Cette présentation suppose que les biens X et Y sont interdépendants : $U_t = f(x) + g(y)$

Le calcul de l'utilité marginal du bien X passe par le calcul de la dérivée partielle de U_t par rapport à la variable x . En effet la dérivée partielle mesure l'influence d'une très petite variation de la variable x sur la fonction f , sachant que la variable y est considérée comme fixe. Ainsi, lors de la dérivation on considère y comme une constante.

$$U_m^x = f'(x, y) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\Delta U_t}{\Delta x} = \frac{\delta U_t}{\delta x}$$

Le principe est le même pour l'utilité marginale de Y.

Remarque : si on a $f(x, y) = 2x^2 + 3xy - 5y^2$, cette fonction peut se transformer en une fonction à une variable, elle mesure l'utilité de la consommation à deux biens.

c) Impact global d'une modification de la consommation

Imaginons que le consommateur fasse varier à la fois la quantité X et Y par rapport à une structure initiale de consommation. Comment mesurer la variation de l'utilité totale résultant de la modification des quantités consommées de X et Y ?

On note :

dx : variation de la quantité consommée de X

dy : variation de la quantité consommée de Y

dU_t : modification de l'utilité totale qui résulte des deux variations précédentes

Nous avons vu que les utilités marginales des biens X et Y s'écrivent :

$$\frac{\partial U_t}{\partial x} \text{ et } \frac{\partial U_t}{\partial y}$$

$$dU_t = \frac{\partial U_t}{\partial x} dx + \frac{\partial U_t}{\partial y} dy$$

On appelle cette relation égalité différentielle total de la fonction d'utilité. On peut généraliser cette égalité à plusieurs variables (3, 4, etc...).

IV] L'équilibre du consommateur

1) Aspect théorique

On suppose que le consommateur dispose d'un revenu R qu'il répartit en achats de biens X et Y selon des quantités x et y . Le prix unitaire du bien X est noté p et le prix unitaire du bien Y est noté q . Le consommateur rationnel est conduit à résoudre le problème mathématique suivant :

$$\begin{aligned} \text{Maximiser :} & \quad U_t = f(x, y) \\ \text{Sous la contrainte :} & \quad R = x.p + y.q \end{aligned}$$

Pour résoudre ce problème, il existe deux méthodes :

- **Par substitution** (pas toujours possible) :
 - Exprimer x (ou y) à partir de la contrainte ;
 - Replacer, dans la fonction f , x (ou y) par la valeur précédemment obtenue.

A l'issue de cette étape, la fonction f est en fonction d'une seule variable.

- Chercher le maximum de cette nouvelle fonction par la méthode classique (on cherche la variable de la dérivée).

- La **méthode du lagrangien** :
 - Il faut former le lagrangien :

$$L(x, y, \lambda) = U_t + \lambda \cdot [R - x.p - y.q]$$

- Ecriture des solutions du 1^{er} ordre. 3 variables donc 3 équations donc 3 dérivées.

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial x}(x, y, \lambda) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y}(x, y, \lambda) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda}(x, y, \lambda) = 0 \end{array} \right. & \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U_t}{\partial x} - \lambda p = 0 \\ \frac{\partial U_t}{\partial y} - \lambda q = 0 \\ R - x.p - y.q = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lambda = \frac{1}{p} U_m^x \\ \lambda = \frac{1}{q} U_m^y \\ R - x.p - y.q = 0 \end{array} \right. \\ \\ \text{Ou : } \left\{ \begin{array}{l} L'_x(x, y, \lambda) = 0 \\ L'_y(x, y, \lambda) = 0 \\ L'_\lambda(x, y, \lambda) = 0 \end{array} \right. & \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U_t}{\partial x} - \lambda.p = 0 \\ \frac{\partial U_t}{\partial y} - \lambda.q = 0 \\ R - x.p - y.q = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lambda = \frac{1}{p} \times \frac{\partial U_t}{\partial x} \\ \lambda = \frac{1}{q} \times \frac{\partial U_t}{\partial y} \\ R - x.p - y.q = 0 \end{array} \right. \end{aligned}$$

- Résolution du système : la méthode du lagrangien permet d'arriver à une égalité fondamentale en microéconomie.

A l'optimum les utilités marginales des biens pondérés par leur prix sont égales. A l'aide des deux premières équations, on tire une égalité fondamentale qui peut s'exprimer de deux façons :

$$(1) \text{ et } (2) \Leftrightarrow \frac{U_m^X}{p} = \frac{U_m^Y}{p}$$

$$\Leftrightarrow \frac{U_m^X}{U_m^Y} = \frac{p}{q}$$

Cette égalité fondamentale qui peut s'exprimer de deux façons est **la 2^{nde} loi de Gossen**. Grâce à ce résultat (en le plaçant dans l'équation (3)), on va obtenir la valeur d'une des deux variables ce qui nous permettra, grâce à la contrainte, d'obtenir la valeur de la deuxième variable.

- Le résultat obtenu est placé dans la 3^{ème} équation ce qui va permettre d'obtenir la valeur d'une des deux variables. Donc la valeur de la seconde variable sera déduite et on aura trouvé x et y qui maximiseront la consommation du consommateur.

2) Application

$$P \begin{cases} U(x, y) = 2xy \\ Sc: 2x + y = 36 \end{cases}$$

1^{ère} méthode :

$$y = 36 - 2x$$

$$U_t(x, y) = 2x \Leftrightarrow U_t(x, y) = 2x(36 - 2x)$$

$$\Leftrightarrow U_t(x, y) = 72x + 4x^2$$

$$U'_t = 72 - 8x$$

$$\text{alors } x^* = 9$$

$$\text{donc } y = 36 - 2 \times 9 \Leftrightarrow y^* = 18$$

2^{ème} méthode :

$$1) L(x, y, \lambda) = 2xy + \lambda(36 - 2x - y)$$

2) Condition du 1^{er} ordre:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x}(x, y, \lambda) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y}(x, y, \lambda) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda}(x, y, \lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y - 2\lambda = 0^{(1)} \\ 2x - \lambda = 0^{(2)} \\ 36 - 2x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = y \\ \lambda = 2x \\ 36 - 2x - y = 0 \end{cases}$$

De (1) et (2), il vient : $y = 2x$

$$3) 36 - 2x - y = 0 \Leftrightarrow 36 - 2x - 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 36 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{36}{4}$$

$$\Leftrightarrow x^* = 9$$

$$\text{donc } y^* = 18$$

$$U(9;18) = 2 \times 9 \times 18 = 324$$

$$\left(\frac{U_m^x}{p} = \frac{U_m^y}{q} \Leftrightarrow \frac{2y}{2} = \frac{2x}{1} \Leftrightarrow y = 2x \right)$$

SECTION II : LA THEORIE DE L'UTILITE CARDINALE

I] L'étude des préférences des consommateurs

Soient 3 paniers de bien A, B et C, composés de bien en quantité variable. Soit la relation binaire noté \geq (vague) où $A \geq B$ (vague) signifie que le panier A est préféré ou indifférent au panier B. Cette relation vérifie les conditions suivantes :

1. La relation est réflexive : tout panier est préféré ou indifférent à lui-même ($A \geq A$)
2. La relation est transitive : si le consommateur estime que $A \geq B$ et $B \geq C$ alors : $A \geq C$

Cette relation suppose que le consommateur est cohérent dans ses choix.

Ces deux conditions qualifiées parfois d'axiomes, définissent « le pré ordre des préférences du consommateur ». De plus on dira d'un « pré ordre complet » dans la mesure où la condition 3 est satisfaite :

3. La relation est dite « complète » car pour tout couple de paniers, on a soit $A \geq B$ soit $B \geq A$. Cette condition signifie simplement que le consommateur est capable de classer tous les paniers de biens possibles.

La théorie ordinaire de l'utilité fait donc l'hypothèse que les préférences du consommateur correspondent à un tel pré ordre complet. A cette relation de pré ordre complet, on peut associer une relation d'équivalence \sim et définie par :

$A \sim B$ si et seulement si $A \geq B$ et $B \geq A$

Le lien avec la fonction d'utilité est immédiat :

- Si $A \geq B$ alors $U_t(A) \geq U_t(B)$
- Si $A \sim B$ alors $U_t(A) = U_t(B)$

Il existe une dernière condition importante à connaître : il s'agit de l'hypothèse de « non-satiété » ou encore appelé « hypothèse de non-saturation » :

4. « Le consommateur préfère détenir de grandes quantités des différents biens plutôt que des quantités plus faibles ». Mathématiquement : soient X et Y deux vecteurs de consommation, c'est-à-dire :

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$$

Où x_i et y_i représentent les quantités du bien $n^o i$

Si ces vecteurs sont tels que $y_i \geq x_i$ pour tout bien i , sauf au moins pour un bien, pour lequel on aura $y_i > x_i$, alors on dira que Y est préféré à X . Il suffit donc que la consommation d'un seul bien augmente, la consommation des autres ne diminuant pas, pour que ce bien soit préféré. On dit qu'il y a non-saturation des préférences.

On distingue parfois l'hypothèse au sens fort et au sens faible :

- Au sens fort : elle signifie qu'une quantité additionnelle de tout bien procure toujours au consommateur une satisfaction additionnelle, quel que soit le stock du bien considéré qu'il détienne.
- Au sens faible : elle indique la possibilité de saturation à l'égard d'un ou plusieurs biens, dont on possède déjà un certain stock, la non-saturation existant à l'égard des autres biens.

L'axiomatique des préférences que nous venons de donner permet d'élaborer une théorie ordinaire de l'utilité, fondée pour l'essentiel sur la notion de courbe d'indifférence ou courbe d'iso-utilité. Cette présentation a été imaginée par V. Pareto puis reprise par J.R. Hicks (dans *Value and capital*, 1939).

III] Les courbes d'indifférence

1) Définition des courbes d'indifférence

La fonction d'utilité cardinale associe un indicateur de satisfaction aux diverses quantités de biens consommés par l'individu rationnel. D'un point de vue graphique, il vaut mieux se limiter à la prise en compte de deux biens X et Y. Ainsi, on peut poser que :

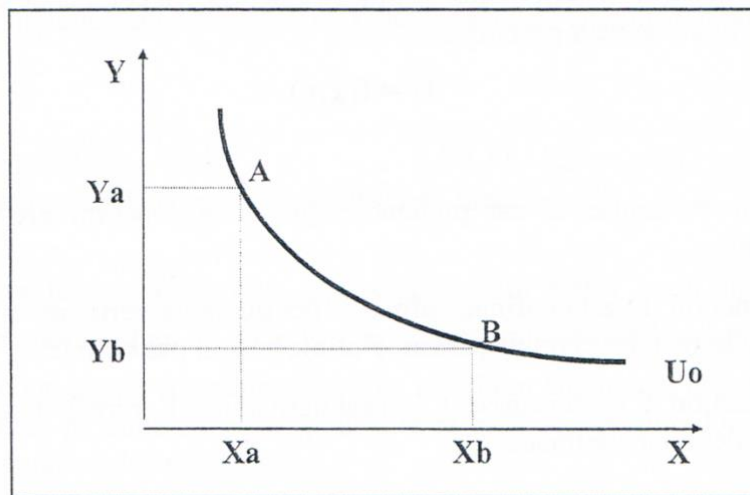
$$U = f(x, y)$$

Cette fonction doit être représentée dans un espace à trois dimensions. Mais pour simplifier l'analyse, on se ramène dans un espace à deux dimensions. En effet, il est possible de s'intéresser à la façon dont on atteint un certain niveau d'utilité U_0 , grâce aux différentes combinaisons des biens X et Y :

$$U_0 = f(x, y)$$

On appelle **courbe d'indifférence** ou courbe d'utilité le lieu géométrique de toutes les combinaisons de biens qui produisent un même niveau d'utilité.

Courbe d'indifférence



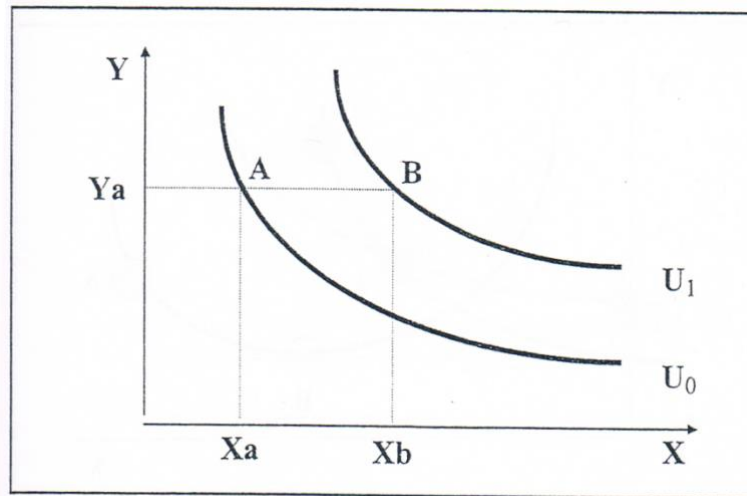
2) Propriété des courbes d'indifférences

a) L'augmentation de l'utilité

L'utilité augmente au fur et à mesure que l'on se déplace vers le haut et la droite : c'est la conséquence de l'hypothèse de non-saturation des préférences.

Sans changer les quantités consommées de biens Y, si un individu rationnel consomme davantage de biens X, alors sa satisfaction augmente et il se situe sur une autre courbe d'indifférence, plus haute.

Carte d'indifférence



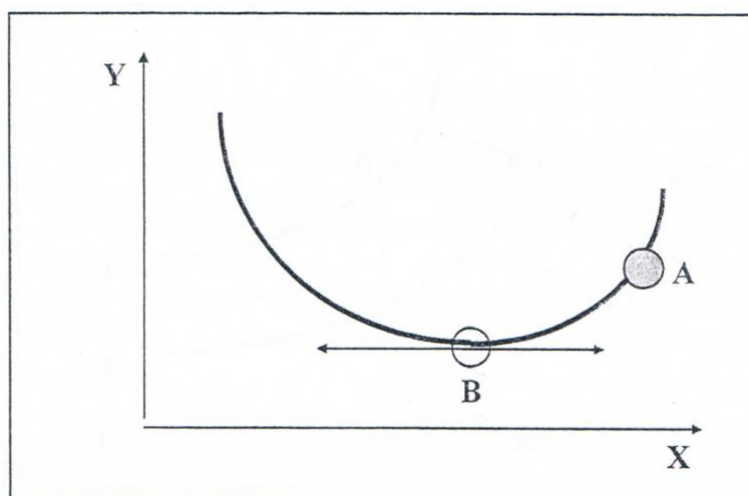
Pour une fonction d'utilité, l'ensemble des courbes d'indifférence constitue la « carte d'indifférence » du consommateur.

b) Les courbes d'indifférence sont décroissantes

Toujours à cause de l'axiome de non-saturation des préférences, il est nécessaire de ne retenir que la partie décroissante d'une courbe d'indifférence.

Imaginons le schéma suivant : selon l'axiome, A est strictement préféré à B , il ne peut donc se trouver sur une même courbe d'indifférence. Ceci est vrai pour tous les points situés entre B et A . Ainsi, pour être en accord avec l'axiomatique des préférences qui fonde la théorie ordinale, on ne peut avoir de courbe croissante.

Partie significative d'une courbe d'indifférence



c) Deux courbes d'indifférence ne peuvent pas se couper

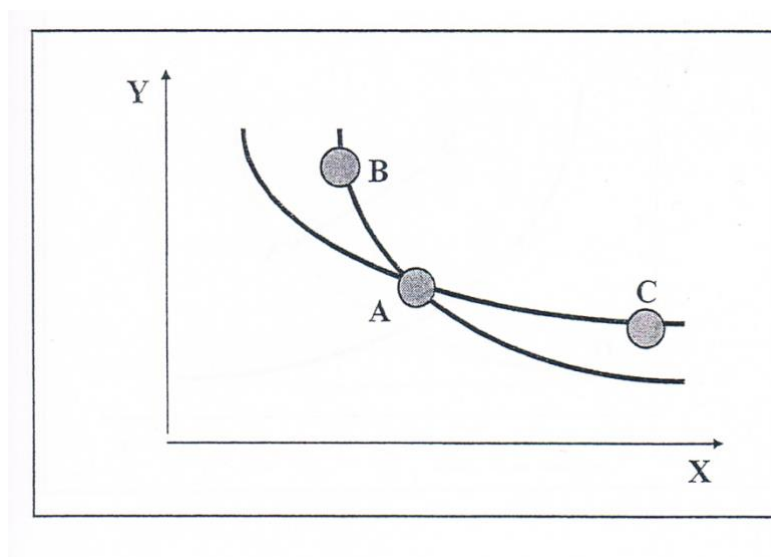
Supposons que deux courbes se coupent. Le panier A correspond à l'intersection.

Selon l'hypothèse de transitivité des préférences, on peut dire que :

- Puisque A et B sont sur la même courbe : $A \sim B$
- Puisque A et C sont sur la même courbe : $A \sim C$
- Alors B et C seront équivalents, indifférents : $B \sim C$

Or B et C ne sont pas sur la même courbe, ils ne peuvent être équivalents. La situation est donc impossible, toujours par référence à l'axiomatique des préférences décrites plus haut.

Des courbes d'indifférence ne peuvent pas se couper



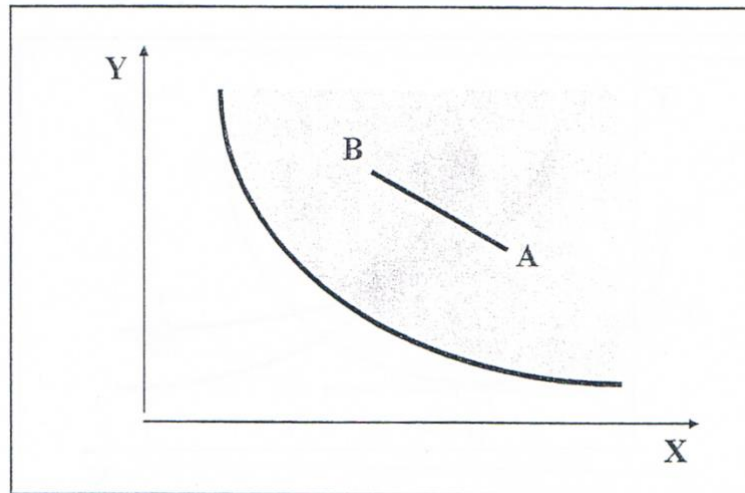
d) Les courbes d'indifférence sont convexes

Soit une courbe d'indifférence notée U_0 , soit le segment $[MN]$, la partie hachurée de la courbe correspond à tous les paniers qui sont préférés au panier A. Ces derniers forment un ensemble convexe. Cela signifie que si on prend deux paniers quelconques de cet ensemble hachuré (par exemple M et N) tous les points du segment $[MN]$ appartiendront à l'ensemble convexe.

Lorsque les courbes d'indifférences vérifient cette hypothèse de convexité, on dira que les préférences du consommateur sont convexes. Le bon sens permet d'expliquer la convexité des courbes d'indifférences.

Imaginons que le consommateur se situe au point A, panier contenant beaucoup de Y et peu de X. Admettons qu'il souhaite augmenter sa consommation de biens X, tout en gardant la même satisfaction. Il devra pour cela faire le sacrifice d'un certain nombre de biens Y. Mais comme A les biens Y sont abondants, il est raisonnable de penser qu'il acceptera de se dessaisir d'une quantité importante de biens Y pour acquérir une petite quantité de biens X (biens rare pour le consommateur).

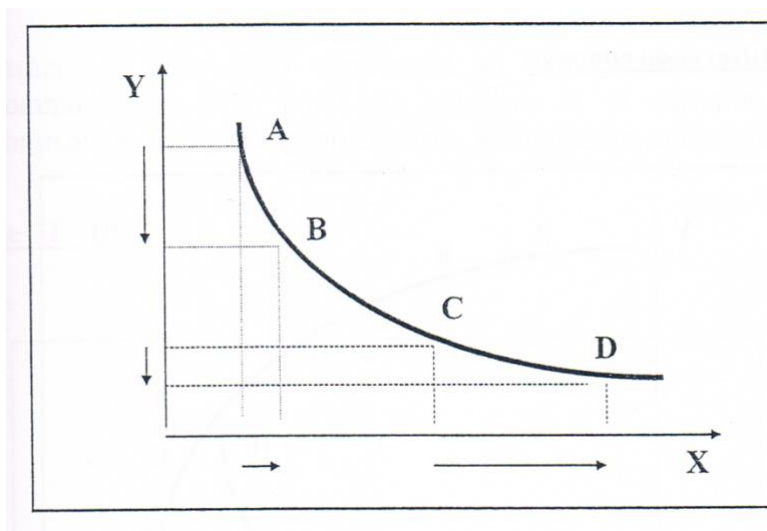
Les courbes d'indifférence sont convexes



Pour illustrer cette logique, imaginez des enfants s'échangeant des images de collection. Celui qui possède beaucoup d'images de type Y et très peu de type X sera peut-être prêt à donner à un camarade 10 images Y contre 2 images X. En d'autres termes, le taux marginal d'échange est décroissant lorsque l'on se déplace de gauche vers la droite de la courbe d'indifférence.

Plus on se déplace vers la droite, plus la logique s'inverse. Au point C, le bien rare étant le bien Y, on n'acceptera de se dessaisir de quelques Y qu'à la condition de recevoir en échange beaucoup de biens X.

La logique d'échange



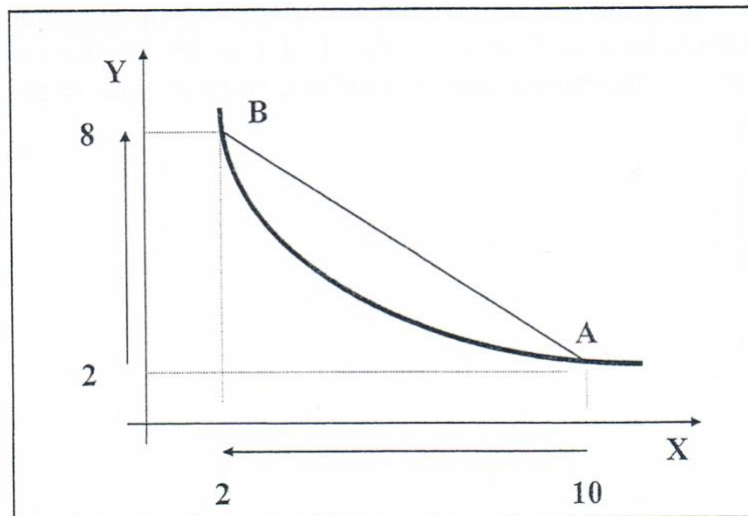
Remarque : Ce raisonnement ne fonctionnera pas si la courbe est concave ou linéaire.

III] Le taux marginal de substitution ou TMS

1) Définition et interprétation

Dans le cas de deux biens X et Y, le TMS du bien Y au bien X est égal à la quantité additionnelle de biens Y dont le consommateur doit disposer pour compenser la réduction d'une unité de la consommation de biens X, à utilité inchangée. Autrement dit, le TMS correspond au rapport entre la variation de consommation du bien porté en ordonnée et la variation induite de consommation du bien portée en abscisse, à satisfaction constante.

Courbe du TMS



Ainsi le TM_0S moyen est égal à :

$$TM_0S = \frac{y(a) - y(b)}{x(b) - x(a)} = \frac{8 - 2}{10 - 2} = \frac{3}{4}$$

On admet que le TMS est toujours positif. Ce résultat est la pente de la corde (AB). Cette valeur signifie que pour se maintenir sur la même courbe d'indifférence, donc pour avoir toujours la même satisfaction, il faut obtenir $\frac{3}{4}$ d'unité supplémentaire de bien Y chaque fois que l'on renonce à l'unité de bien X.

Le TMS est donc égal à la valeur absolue de la pente de la corde (AB) :

$$TMS = -\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

On passe du taux moyen de substitution au taux marginal en réduisant les accroissements donc en effectuant un calcul de limite :

$$TMS = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{dy}{dx}$$

On peut retrouver la définition TMS en utilisant les utilités marginales :

$$dU_t = \frac{\partial U_t}{\partial x} dx + \frac{\partial U_t}{\partial y} dy$$

Posons $dU_t = 0$ puisque nous souhaitons rester sur la même courbe d'indifférence :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_t}{\partial x} dx + \frac{\partial U_t}{\partial y} dy = 0 &\Leftrightarrow \frac{\partial U_t}{\partial x} dx = -\frac{\partial U_t}{\partial y} dy \\ &\Leftrightarrow -\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\partial U_t}{\partial x}}{\frac{\partial U_t}{\partial y}} \\ \text{TMS} &= \frac{\frac{\partial U_t}{\partial x}}{\frac{\partial U_t}{\partial y}} = \frac{U_m^x}{U_m^y} \end{aligned}$$

L'hypothèse de convexité des préférences du consommateur s'identifie à l'hypothèse de décroissance du TMS.

2) Les courbes d'indifférence selon la nature des biens

Jusqu'à présent nous avons des courbes d'indifférence hyperbolique, cela traduit le fait que les biens sont des substituts imparfaits.

Lorsque les courbes d'indifférence sont des droites (de pentes négatives) dans ce cas on dit que les biens sont parfaitement substituables. Dans ce cas le TMS est constant.

Il existe un 3^e cas où les biens sont des compléments parfaits, cela signifie qu'ils sont toujours consommés ensemble dans des proportions fixes.

IV] L'équilibre du consommateur (dans la théorie ordinaire)

1) Approche graphique

L'objectif du consommateur rationnel consiste à retirer le maximum de satisfactions, d'utilité, des ressources dont il dispose. Le consommateur cherche donc à maximiser sa fonction d'utilité sous contrainte. Pour représenter cette contrainte budgétaire il est nécessaire de se donner un niveau R_0 . Cette contrainte budgétaire est composée de deux éléments exogènes :

- Les ressources dont il dispose
- Le prix du bien qu'il achète

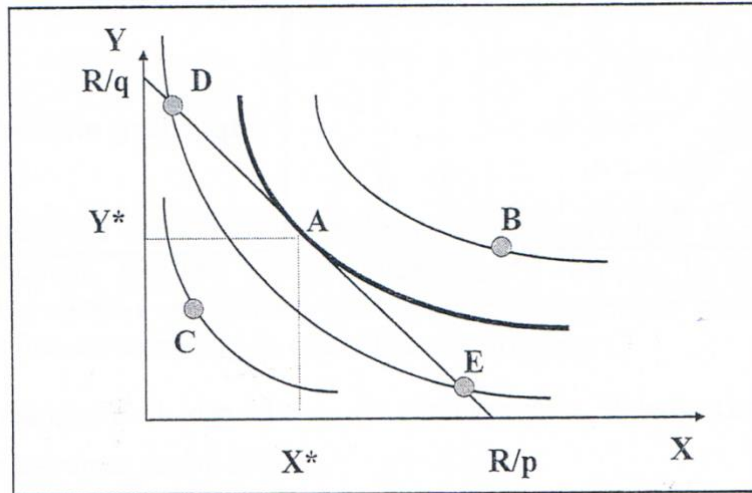
La contrainte de ressources est notée : $R = x.p_x + y.p_y$

Notons R_0 :

$$R_0 = x \cdot p_x + y \cdot p_y \Leftrightarrow y \cdot p_y = R_0 - x \cdot p_x$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{R_0}{p_y} - x \cdot \frac{p_x}{p_y}$$

Courbe d'indifférence et équilibre du consommateur



L'optimum se situe au point de tangence de la droite de budget et de la courbe d'indifférence la plus élevée.

Le coefficient directeur de la droite de budget est égal au rapport des prix : $-\frac{p_x}{p_y}$

Ainsi à l'optimum, le TMS est égal au rapport des prix des facteurs :

$$TMS = \frac{p_x}{p_y}$$

2) Approche algébrique (cf. section 1- IV)

On note le lagrangien $L(x, y, \lambda)$

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x}(x, y, \lambda) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y}(x, y, \lambda) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda}(x, y, \lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_x = \frac{U_m^x}{\lambda} \\ p_y = \frac{U_m^y}{\lambda} \\ R - x \cdot p_x - y \cdot p_y = 0 \end{cases}$$

Intéressons-nous maintenant au différentiel total du revenu :

$$\begin{aligned}
 dR = P_x \cdot dx + P_y \cdot dy &\Leftrightarrow dR = \frac{U_m^X}{\lambda} \cdot dx + \frac{U_m^Y}{\lambda} \cdot dy \\
 &\Leftrightarrow dR = \frac{1}{\lambda} \cdot (U_m^X \cdot dx + U_m^Y \cdot dy) \\
 &\Leftrightarrow dR = \frac{1}{\lambda} \cdot dU_t \\
 &\Leftrightarrow dU_t = \lambda \cdot dR
 \end{aligned}$$

On obtient l'égalité finale suivante :

$$dU_t = \lambda \cdot dR$$

Ainsi, si les ressources R du consommateur augmentent (baisse) d'un petit montant dR, alors l'utilité de ce consommateur augmentera (baissera) d'un montant $\lambda \cdot dR$, le multiplicateur de Lagrange mesure donc l'accroissement d'utilité provoqué par une petite variation des ressources du consommateur.

Rappel mathématiques

$$f(x, y) \quad df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$$

$$R = px + qy \quad dR = \frac{\partial R}{\partial x} dx + \frac{\partial R}{\partial y} dy$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial R}{\partial x} = p \\ \frac{\partial R}{\partial y} = q \end{array} \right\} \Rightarrow R = px + qy$$