$\ldots \begin{pmatrix} \\ 3 \end{pmatrix} \ldots \begin{pmatrix} \\ 0 \end{pmatrix} \ldots \begin{pmatrix} \\ 2 \end{pmatrix} \quad 3 = 2\beta \iff \beta = \frac{3}{2}$

d'où (1) $\Rightarrow 2\alpha = 2 - \beta \iff 2\alpha = \frac{1}{2} \iff \alpha = \frac{1}{4}$

donc $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/4 \\ 3/2 \end{pmatrix}_A$

3/ Pour connaître les coordonnées du vecteur $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ dans la base B, il suffit de calculer $P^{-1}_{A \to B} \cdot \begin{pmatrix} 1/4 \\ 3/2 \end{pmatrix}_A$

c'est-à-dire $\underset{(2,2)}{\begin{pmatrix} -1 & 3/2 \\ 1 & -1/2 \end{pmatrix}} \underset{(2,1)}{\begin{pmatrix} 1/4 \\ 3/2 \end{pmatrix}_A} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} + \frac{9}{4} \\ \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \end{pmatrix}_B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}_B$

Vérification :

$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}_B = 2 \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{= b_1} + 1 \underbrace{\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}}_{= b_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ OK

Exemple 33 :

$\underset{(2,3)}{A}$ , $\underset{(2,3)}{B}$ . $\text{rang}(A) \leq 2$ et $\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 4 = -2 \neq 0$

donc $\text{rang}(A) = 2$.